Universität Münster D. Bohle, W. Werner

Übungen zur Vorlesung 'Mathematik für Physiker III' WS 09/10

Aufgaben zur Besprechung in der Woche vom **25.01.10** bis **31.01.10**

Aufgabe XXV: Man berechne das Integral $\int_D x^2 + y \, d(x,y)$ wobei D das Gebiet ist, dass von den beiden Parabeln $y = x^2$ und $y^2 = x$ begrenzt wird.

Aufgabe XXVI: Man schreibe folgenden Ausdruck in Form eines einzigen Integrals:

$$\int_0^1 \int_{y^2/9}^{y} f(x,y) \, dxdy + \int_1^3 \int_{y^2/9}^{1} f(x,y) \, dxdy,$$

wobei f als stetig vorausgesetzt werde.

Aufgaben zur Abgabe bis zum **02.02.10**, **13:00 Uhr**

Aufgabe 49: Sei $Q \subseteq \mathbb{R}^2$ das Quadrat mit den Ecken $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$ und $(1,-1)$. $F = (F_1, F_2)$ sei ein stetig differenzierbares Vektorfeld in einer Umgebung von $\overline{Q}$ und ν das äußere Normalenfeld an Q. Zeigen Sie

$$\int_Q \mathrm{div} F = \int_{\partial Q} \langle F, \nu \rangle \, d\sigma.$$

Welchen allgemeinen Satz im $\mathbb{R}^2$ vermuten Sie hinter dieser Aussage.

Aufgabe 50:

(a) Man berechne das Integral $\int_D xy \, dxdy$ über das Gebiet D das von den Koordinatenachsen und der Kurve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ begrenzt wird.

(b) Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $F(x,y,z) = (x, 1, yz)$ durch die Fläche $r(u,v) = (u^2, u+v, v^2)$, $0 \leq u, v \leq 1$.

Aufgabe 51: Lösen Sie die Differentialgleichungen

(a) $(2x^3 + 3y) + (3x + y - 1)y' = 0$.

(b) $x^2 + y' - y = 0$.

Aufgabe 52: Sei $S: \; x^2 + y^2 = 1$, $0 \leq z \leq 1$ der Zylindermantel. Berechnen Sie den Fluss der Rotation des räumlichen Vektorfeldes $F(x,y,z) = (yz, -xz, z)$ nach außen durch den Zylindermantel.