

Aufgaben zur Besprechung in der Woche vom **07.12.09** bis **13.12.09**

Aufgabe XV: Berechnen Sie den Schwerpunkt des vollen Halbkreises um 0 in der oberen Halbebene mit Radius $R > 0$.

Aufgabe XVI: Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine stetige Funktion. Man vertausche die Integrationsreihenfolge von

$$\int_0^4 \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy dx.$$

Aufgaben zur Abgabe bis zum **15.12.09, 13:00 Uhr**

Aufgabe 29: Berechnen Sie den Schwerpunkt der Sichel die entsteht, wenn man von dem Halbkreis aus Aufgabe XV einen Streifen (parallel zur x-Achse) der Breite $0 \leq K \leq R$ abschneidet.

Aufgabe 30: Sei $S_n := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i \leq 1, x_i \in [0, 1], i = 1, \dots, n\}$ der sogenannte n -Simplex.

(a) Machen Sie eine Skizze von S_n für $n = 2$ und $n = 3$.

(b) Berechnen Sie das Volumen von S_n .

Aufgabe 31: Vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge von

(a)
$$\int_{-7}^1 \int_{2-\sqrt{7-6y-y^2}}^{2+\sqrt{7-6y-y^2}} f(x, y) dx dy.$$

(b)
$$\int_0^1 \int_{2x}^{3x} f(x, y) dx dy.$$

Wobei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ als stetige Funktion vorausgesetzt wird.

Aufgabe 32: Man beweise für eine stetige positive Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ die Ungleichung

$$\int_a^b f(x) dx \int_a^b \frac{dx}{f(x)} \geq (b-a)^2.$$