Aufgabe 1:
Sei A eine C*-Algebra, $B \subseteq A$ eine C*-Unteralgebra und $J \lhd A$ ein Ideal.
Man zeige: $B + J \subseteq A$ ist eine C*-Unteralgebra, $J \lhd B + J$ und $B \cap J \lhd B$ sind Ideale, und es gibt einen natürlichen *-Isomorphismus $B/(B \cap J) \to (B + J)/J$.

Aufgabe 2:
Sei A eine C*-Algebra und $a \in A_+$.
a) Man zeige: $\overline{aAa}$ ist die kleinste hereditäre C*-Unteralgebra von A, welche a enthält.
b) Falls a eine Projektion ist, so ist $\overline{aAa} = aAa$.

Aufgabe 3:
Sei A separabel und $B \subseteq A$ eine hereditäre C*-Unteralgebra. Dann ist $B = \overline{hAh}$ für ein $h \in B_+$.
(Hinweis: Zeigen Sie, dass B separabel ist und verwenden Blatt 4.)

Aufgabe 4:
Sei X ein lokalkompakter Hausdorffraum.
a) Falls $Y \subseteq X$ abgeschlossen ist, so ist $J_Y := \{f \in \mathcal{C}_0(X) \mid f|_Y = 0\} \cong \mathcal{C}_0(X \setminus Y)$ ein abgeschlossenes Ideal in $\mathcal{C}_0(X)$, und es gilt $\mathcal{C}_0(X)/J_Y \cong \mathcal{C}_0(Y)$.
b) Falls $J \lhd \mathcal{C}_0(X)$ ein Ideal ist, so existiert genau eine abgeschlossene Teilmenge $Y \subseteq X$, so dass $J = J_Y$.

Abgabe Donnerstag, 01.12. in der Vorlesung.