

**Aufgabe 1:**

Man beschreibe das algebraische Tensorprodukt  $\mathbb{C}^n \odot \mathbb{C}^m$ . Was ergibt sich für die Tensorprodukte  $\mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^m$  von Hilberträumen bzw.  $\mathbb{C}^n \otimes_{\min} \mathbb{C}^m$  von  $C^*$ -Algebren?

**Aufgabe 2:**

Sei  $\mathcal{H}$  ein Hilbertraum und  $p \in \mathcal{B}(\mathcal{H} \otimes \mathcal{H})$  eine Projektion. Ist  $p$  notwendigerweise von der Form  $e \otimes f$  für  $e, f \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ ?

**Aufgabe 3:**

Seien  $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$  Hilberträume. Man zeige, dass die kanonische Abbildung

$$\iota : \mathcal{B}(\mathcal{H}_1) \odot \mathcal{B}(\mathcal{H}_2) \longrightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)$$

injektiv ist.

**Aufgabe 4:**

Seien  $A, B$   $C^*$ -Algebren. Man zeige, dass

$$\left\| \sum_{i=1}^n a_i \otimes b_i \right\|_{\min} := \sup \left\{ \left\| (\pi_A \otimes \pi_B) \left( \sum_{i=1}^n a_i \otimes b_i \right) \right\| \mid \pi_A, \pi_B \text{ Darstgn. von } A, B \right\}$$

die  $C^*$ -Gleichung erfüllt.

**Aufgabe 5:**

Man zeige:  $\otimes_{\max}$  und  $\otimes_{\min}$  sind assoziativ und kommutativ.