**Übungen zu Operatoralgebren II** **Blatt 9**
**Prof. W. Winter, Dr. G. Szabó** **SS 16**

---

**Aufgabe 1:**
Sei $A$ eine separable unitale C*-Algebra. Man zeige, dass $\mathrm{K}_0(A)$ abzählbar ist.

**Aufgabe 2:**
Sei $A$ eine C*-Algebra und $\tau : A \to \mathbb{C}$ linear. Man zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
(i) $\tau(ab) = \tau(ba)$ für alle $a, b \in A$.
(ii) $\tau(xx^*) = \tau(x^*x)$ für alle $x \in A$.
(iii) $\tau(uau^*) = \tau(a)$ für alle $a \in A_+$ und $u \in \mathcal{U}(A^\sim)$.

**Aufgabe 3:**
Man zeige, dass Rang 1 Projektionen in $M_2$ genau die Elemente von der Form

$$\begin{pmatrix} t & \omega\sqrt{t(1-t)} \\ \bar{\omega}\sqrt{t(1-t)} & 1-t \end{pmatrix}$$

mit $\omega \in S^1$ und $t \in [0,1]$ sind.
Man folgere, dass der Raum $G_{2,1}$ von solchen Projektionen homöomorph zur 2-Sphäre $S^2$ ist.

---

Abgabe Freitag, 24.06., in der Übungsgruppe.