Prof. Dr. C. Böhm
Dipl. Math. M. Amann

WS 2007/2008
WWU Münster

# Übungen zur Analysis I
## Serie 6

**Aufgabe 1.** Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k}{2k+1}\right)^k \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{\sqrt{(2k)!}} \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{7^k}{\binom{3k}{k}}$$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie für alle $z \in \mathbb{C}$, $x \in \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{N}$ die folgenden Identitäten der Exponentialfunktion:

$$\exp(-z) = \frac{1}{\exp z} \qquad \exp(kz) = \exp(z)^k$$

$$\overline{\exp(z)} = \exp \bar{z} \qquad \exp(x) > 0$$

**Aufgabe 3.** Gegeben sei die komplexe Reihe $\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)z^k$.

a.) Bestimmen Sie den Konvergenzradius $r$ dieser Reihe.

b.) Zeigen Sie die Identität $\left(\frac{1}{1-z}\right)^2 = \sum_{k=0}^{\infty}(k+1)z^k$ für $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < r$.

**Aufgabe 4.** Am Anfang eines 10 Meter langen Gummibandes sitzt eine Schnecke. Jeden Tag kriecht Sie einen Meter voran. Nachts, wenn sie ruht, dehnt ein Dämon das Band gleichmäßig so aus, dass es jedes Mal um 10 Meter länger wird. Dämon wie Schnecke seien unsterblich, das Band unbegrenzt dehnbar. Erreicht die Schnecke jemals das Ende des Bandes? (Alle Aussagen sind zu begründen.)

*Abgabe der Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 26.11.2007, um 16.00 Uhr, in dem zur jeweiligen Übungsgruppe gehörigen Briefkasten im Hörsaalgebäude.*