

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 29.06.06, vor der Vorlesung in den Briefkästen

Blatt 11

**Aufgabe 1.** a) Berechnen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Berechnen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -n+1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3.** Seien  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  paarweise verschiedene Skalare. Berechnen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 & \dots & \alpha_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_1^{n-1} & \alpha_2^{n-1} & \alpha_3^{n-1} & \dots & \alpha_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4.** Berechne

$$\det \begin{pmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n & n & \dots & n \end{pmatrix}, \quad \det \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 5.** Seien  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_{n-1}, c_1, \dots, c_{n-1}$  Elemente eines Körpers  $K$ . Für die Determinanten

$$D_k := \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ c_1 & a_2 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{k-1} & b_{k-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{k-1} & a_k \end{pmatrix}$$

zeige man:

$$D_0 = 1, \quad D_1 = a_1, \quad D_k = a_k D_{k-1} - b_{k-1} c_{k-1} D_{k-2}.$$