Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 08**
Dr. R. Brüske

Probeklausur zur Mathematik für Physiker II

Einziges zugelassenes Hilfsmittel zu den Klausuren: ein A4-Blatt mit Notizen.

Aufgabe 1. Diese Aufgabe gibt es erst in den eigentlichen beiden Klausuren. Sie besteht aus etwa 10 wahren oder falschen Aussagen, die entsprechend als wahr oder falsch anzukreuzen sind. Punkte gibt es ab 50% korrekter Antworten.

Aufgabe 2. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccccccc} x & + & \lambda & y & + & & = & a \\ x & + & \lambda^2 & y & + & (1-\lambda^3)z & = & b \\ \lambda x & + & & y & & & = & c \end{array}$$

Für welche $\lambda \in \mathbb{C}$ ist es stets lösbar, unabhängig von den Werten für a, b, c?

Aufgabe 3. Es sei $\mathcal{A} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ Basis des $\mathbb{R}^2$ und

$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ Basis des $\mathbb{R}^3$.

Es sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $F(x,y) = \begin{pmatrix} x-y \\ x+2y \\ 2x+2y \end{pmatrix}$, und $A = (a_{ij}) := M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(F)$ die darstellende Matrix. Man bestimme a_{32}.

Aufgabe 4. Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ der kleinste Eigenwert von A. Man bestimme für einen Eigenvektor $v = (v_1, v_2, v_3)$ von A zum Eigenwert λ das Verhältnis v_2/v_1.

Aufgabe 5. Man bestimme ein $S \in GL(2, \mathbb{C})$, so daß $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt besitzt, wenn $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 6. Bestimme im euklidischen $\mathbb{R}^5$ (mit dem Standard-Skalarprodukt) das orthogonale Komplement von $U := \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.