**Prof. Dr. R. Wulkenhaar** **WS 2014/2015**
**I. Ullisch**

# Übungen zu Mathematik für Physiker III

Abgabe: Freitag, 24.10.2014 bis 10h00, in den Briefkästen Blatt 1

---

**Aufgabe 1.** Begründen Sie, daß die folgenden Abbildungen total differenzierbar sind, und geben Sie jeweils das totale Differential an.

(a) $f(x, y, z) := (x + y + z, xyz)$ auf $\mathbb{R}^3$.

(b) $g(x, y, z) := (x - y + z, x - y - z, x + y)$ auf $\mathbb{R}^3$.

(c) Die Komposition $f \circ g$ mit den Abbildungen $f$ und $g$ aus (a) bzw. (b).

(d) $f(x, y, z) := x^{yz}$ auf $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

**Aufgabe 2.** Sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x, y) := (x - y, x + y)$ und $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ durch

$$g(u, v) := \begin{cases} u^2 v/(u^2 + v^2), & \text{falls } (u, v) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{falls } (u, v) = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß $f, g$ und $g \circ f$ überall partiell differenzierbar sind; für die zugehörigen Jacobi-Matrizen im Nullpunkt gilt aber

$$(D(g \circ f))(0) \neq (Dg)(f(0)) \circ (Df)(0).$$

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie das totale Differential sowie die Determinante dieser Jacobi-Matrix für die Abbildung $x \longmapsto x/\|x\|^2$, $x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\}$ (*Abbildung durch reziproke Radien*).

**Aufgabe 4.** Sei $n \in \mathbb{N}$. Wir identifizieren $M(n, \mathbb{R}) = M(n \times n, \mathbb{R})$ mit $\mathbb{R}^{n^2}$ vermöge der Abbildung $(a_{ij})_{ij} \longmapsto (a_{11}, \ldots, a_{1n}, \ldots, a_{n1}, \ldots, a_{nn})$.

(a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen und das totale Differential der Determinantenfunktion $\det : M(n, \mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$.

(b) In welchen Punkten $A \in M(n, \mathbb{R})$ ist das Differential $(D \det)(A)$ identisch 0?

(c) Welche Linearform $(D \det)(E_n)$ erhält man im Punkt $A = E_n$?