

### Übungen zu Mathematik für Physiker III

Abgabe: Freitag, 21.11.2014 bis 10h00, in den Briefkästen

Blatt 5

---

**Aufgabe 1.** Geben Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen bzw. die Lösungen folgender Anfangswertprobleme an:

(a)  $x'(t) = -\frac{t}{x(t)}, x(1) = 1.$

(b)  $x'(t) = \frac{te^{2t}}{x(t)\cos x(t)}, x(0) = \frac{\pi}{4}.$

(c)  $x(t)^2 + 1 + (t^2 + 1)x'(t) = 0.$

**Aufgabe 2.** Lösen Sie die Differentialgleichung

$$x'(t) = \frac{t-2}{x(t)-1}, \quad x(0) = x_0,$$

und bestimmen Sie die Existenzintervalle der Lösungen in Abhängigkeit von  $x_0$ .

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie eine stetige Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) + 2x(t) = g(t) \text{ für } t \neq 2 \text{ und } x(0) = 0, \text{ wobei } g(t) = \begin{cases} 1, & t < 2, \\ 0, & t > 2, \end{cases}$$

die nicht konstant 0 ist.

**Aufgabe 4.** Ein Pferd läuft in  $x$ -Richtung bei  $x = l > 0$  mit konstanter Geschwindigkeit  $v_p$  los. Ein beliebig dehnbares homogenes Band ist mit dem einen Ende im Nullpunkt befestigt, mit dem anderen Ende am Pferd. Eine Schnecke beginnt gleichzeitig mit dem Pferd im Nullpunkt mit konstanter (Relativ-) Geschwindigkeit  $v_s$  auf dem Band zu laufen.

- (a) Ermitteln Sie den Ort der Schnecke in Abhängigkeit von der Zeit.
- (b) Wird die Schnecke das Pferd erreichen? Geben Sie den Zeitpunkt davon in Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten der beiden Tiere und der Länge des Bandes an. (*Hinweis:* An der Langlebigkeit der Tiere bestehe kein Zweifel.)