Modelle für zweidimensionale Quantenfeldtheorien

Inhalt

Die Themen 1-6 sind weitgehend unabhängig und können auch in anderer Reihenfolge behandelt werden.

1 Φ^4-Modell: störungstheoretische Renormierung

1.1 Feynman-Graphen, Divergenzgrad, Renormierung (1 Vortrag)

Hier soll die (wahrscheinlich bekannte) Methode kurz skizziert werden, wie man die Zustandssumme als erzeugendes Funktional für Feynman-Diagramme auffaßt. Die Methode ist in nahezu allen Lehrbüchern zur Quantenfeldtheorie skizziert; stellvertretend sei hier auf [LeB91, §5+6] verwiesen. Es sollen zusammenhängende Funktionen und Vertex- (oder 1PI-)Funktionen eingeführt werden und deren Feynman-Regeln im Impulsraum erläutert werden. Daraus soll das Powercounting-Theorem gewonnen werden, welches die Graphen nach dem Divergenzgrad klassifiziert. Schließlich sollen Verfahren zur Regularisierung und Renormierung divergenter Graphen skizziert werden.

Literatur

[LeB91] M. LeBellac, *Quantum and statistical field theory*, Oxford University Press (1991), 592pp.

2 Thirring-Modell

2.1 Masseloses Thirring-Modell (2 Vorträge)

Das Modell wurde 1958 von Walter Thirring vorgeschlagen [Thi58]. Es beschreibt ein Dirac-Fermion in zwei Dimensionen mit Strom-Strom-Wechselwirkung

$$S = \int_{\mathbb{R}^2} dx \Big(\mathrm{i}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu(\partial_\mu \psi)(x) - \frac{g}{2}(\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))(\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)) \Big) . \tag{2.1}$$

In der relativistischen Formulierung sind γ_0, γ_1 die Gamma-Matrizen der Clifford-Algebra $C\ell_{1,1}$, und dann ist $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$. Alternativ läßt sich das Modell im Euklidischen $\mathbb{R}^2$ formulieren; hier ist $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger$. Das Modell ist einfach genug, um sämtliche Korrelationsfunktionen (Wightman/Schwinger) bestimmen zu können. Dennoch ist es ein sehr reichhaltiges Modell, das viele typische Effekte der Quantenfeldtheorie zeigt: Renormierung, anomale Dimension, chirale Symmetrie (und deren Brechung), anomale Phase.

In den ersten Jahren gab es widersprüchliche Resultate, weil Renormierung und Normierungsbedingungen noch nicht verstanden waren. Der entscheidende Schritt zur Lösung gelang Johnson [Joh61], der eine Selbstkonsistenzgleichung für die 2-Punktfunktion herleiten konnte. Die dazu notwendigen Schritte sind keinesfalls trivial. Genutzt werden Symmetrie-Forderungen, allerdings in bestimmter Weise abgeschwächt als Folge von Renormierungseffekten. Die Ward-Takahashi-Identitäten (welche die Symmetrie beschreiben) besitzen Anomalien (auch erst später verstanden), da die Feld-Strom-Kommutatorrelationen durch Renormierungseffekte modifiziert werden müssen. Die Form dieser Anomalien wurde geschickt erraten, um die Gleichungen nichttrivial zu machen. Eine Kombination von Schwinger-Dyson-Gleichungen (Quanten-Bewegungsgleichungen) mit Ward-Takahashi-Identitäten für die chirale Symmetrie liefert eine geschlossene und lösbare Gleichung. In Verallgemeinerung dieser Methode konnten Klaiber [Kla68] (nicht elektronisch verfügbar) und unabhängig Hagen [Hag67] Gleichungen für sämtliche Korrelationsfunktionen angeben. Daß die Lösungen die Axiome von Wightman bzw. Osterwalder-Schrader erfüllen, wurde erst in den 90er Jahren gezeigt durch Carey et al [CRW95] und (durch Zurückführen auf das Luttinger-Modell) durch Mastropietro [Mas93].

Das Modell und seine Lösung soll in zwei Vorträgen behandelt werden, einmal relativistisch mit besonderer Berücksichtigung der Normalordnung und dann im Euklidischen mit Diskussion der Osterwalder-Schrader-Axiome. Abgesehen von [AAR91] scheint es keine Darstellung in Lehrbüchern zu geben. Neben den zitierten Originalarbeiten sowie [AAR91] (relativistische Konstruktion) ist wohl die Doktorarbeit [Fal07] (Euklidisch) die beste Quelle.

Literatur

[Thi58] W. E. Thirring, “A Soluble relativistic field theory?,” Annals Phys. **3** (1958) 91–112, doi:10.1016/0003-4916(58)90015-0

[Joh61] K. Johnson, “Solution of the equations for the Green’s functions of a two-dimensional relativistic field theory,” Nuovo Cim. **20** (1967) 773–790, doi:10.1007/BF02731566

[Hag67] C. R. Hagen, “New solutions of the Thirring model,” Nuovo Cim. **51** (1967) 169–186, doi:10.1007/BF02712329

[Kla68] B. Klaiber, “The Thirring model,” in: Boulder 1967 Lectures In Theoretical Physics, vol. Xa - Quantum Theory and Statistical Physics, New York 1968, 141–176

[CRW95] A. L. Carey, S. N. M. Ruijsenaars and J. D. Wright, “The massless Thirring Model: Positivity of Klaiber’s N-point functions,” Commun. Math. Phys. **99** (1985) 347–364. doi:10.1007/BF01240352

[Mas93] V. Mastropietro, “Schwinger functions in Thirring and Luttinger models,” Nuovo Cim. B **108** (1993) 1095-1107, doi:10.1007/BF02827305

[AAR91] E. Abdalla, M. C. B. Abdalla and K. D. Rothe, *Nonperturbative methods in two-dimensional quantum field theory*, World Scientific, Singapore (1991) 728 pp

[Fal07] P. Falco, “Rigorous construction of the Thirring model: Ward-Takahashi identities, Schwinger-Dyson equations and new anomalies,” hep-th/0703274

2.2 Massives Thirring-Modell (1 Vortrag)

Hier erlaubt man einen zusätzlichen Masseterm $m\bar{\psi}(x)\psi(x)$ zur Wirkung (2.1). Die Korrelationsfunktionen können dann nicht mehr geschlossen angegeben werden. Eine gewisse Lösung gelingt über den Bethe-Ansatz. Mit diesem Verfahren konnte Korepin die S-Matrix berechnen [Kor79].

Völlig überraschend hat Colemann [Col74] eine Transformation gefunden, die das massive Thirring-Modell in das (bosonische!) Sinus-Gordon-Modell abbildet mit Wirkung

$$S = \int_{\mathbb{R}^2} dx \Big(\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(x) (\partial^\mu \phi)(x) + \lambda \cos(\beta\phi(x)) \Big) . \tag{2.2}$$

Die Transformation ist ein Beispiel einer *Bosonisierung*, die typisch für 2-dimensionale Modelle ist. Sie spielt auch im Schwinger-Modell (also 2D QED) eine entscheidende Rolle.

Die Äquivalenz ist inzwischen gut verstanden [BFM09, BFM07] und soll in einem Vortrag vorgestellt werden. Neben den zitierten Originalarbeiten ist wieder [AAR91] eine gute Quelle.

Literatur

[Kor79] V. E. Korepin, “Direct calculation of the S matrix in the massive Thirring model,” Theor. Math. Phys. **41** (1979) 953 [Teor. Mat. Fiz. **41** (1979) 169], doi:10.1007/BF01028501

[Col74] S. R. Coleman, “The quantum sine-Gordon equation as the massive Thirring model,” Phys. Rev. D **11** (1975) 2088–2097. doi:10.1103/PhysRevD.11.2088

[BFM09] G. Benfatto, P. Falco and V. Mastropietro, “Massless sine-Gordon and massive Thirring models: Proof of the Coleman’s equivalence,” Commun. Math. Phys. **285** (2009) 713-762 [arXiv:0711.5010 [hep-th]], doi:10.1007/s00220-008-0619-x

[BFM07] G. Benfatto, P. Falco and V. Mastropietro, “Functional integral construction of the Thirring model: Axioms verification and massless limit,” Commun. Math. Phys. **273** (2007) 67–118 [hep-th/0606177] doi:10.1007/s00220-007-0254-y

3 Das Schwinger-Modell

3.1 Luttinger-Schwinger-Modell (1 Vortrag)

Das eigentlich interessierende Schwinger-Modell (der nachfolgende Abschnitt sollte erst gelesen werden) beinhaltet mehrere technische Hürden. Diese lassen sich durch eine zusätzliche Strom-Strom-Wechselwirkung vermeiden:

$$S = S_{\text{Schwinger}} + \int_{\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2} d(x,y)\; j_\mu(x) v(x-y) j^\mu(y)\;. \tag{3.1}$$

Dabei ist $S_{\text{Schwinger}}$ die Wirkung (3.2), $j^\mu(x) = \bar\psi\gamma^\mu\psi$ der Strom aus dem Thirring-Modell und $v(x-y) = \delta(x_0-y_0)V(|x_1-y_1|)$ ein räumlich nichtlokales Potential. Das Modell wird räumlich zu S^1 kompaktifiziert und nach Fourier-Moden entwickelt. Es ist damit eher ein quantenmechanisches Modell, das mit Erzeugern/Vernichtern formuliert wird und dessen Hamilton-Operator durch Bogoliubov-Transformation diagonalisiert wird.

Literatur

[GLR97] H. Grosse, E. Langmann and E. Raschhofer, “The Luttinger-Schwinger model,” Annals Phys. **253** (1997) 310–331 [hep-th/9609206] doi:10.1006/aphy.1996.5628

3.2 Schwinger-Modell (1 Vortrag)

Mit dem Schwinger-Modell [Sch62] ist Quantenelektrodynamik in zwei Dimensionen (QED_2) gemeint, also die Wirkung

$$\begin{aligned} S &= \int_{\mathbb{R}^2} dx \Big(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) + \bar{\psi}\gamma^\mu(-\mathrm{i}\partial_\mu + eA_\mu(x))\psi(x)\Big) , \qquad (3.2) \\ F_{\mu\nu}(x) &= (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(x) . \end{aligned}$$

Eichsymmetrie und Bosonisierung erlauben die Umformulierung in ein gekoppeltes Problem für zwei skalare Felder. Neben der $U(1)$-Symmetrie der QED ist die Wirkung invariant unter chiralen Transformationen; jedoch ist diese chirale Symmetrie gebrochen. Die entsprechende chirale Anomalie ist ein zentrales Element der Konstruktion, das historisch nicht sofort erkannt wurde. Das Schwinger-Modell teilt einige Aspekte mit der QCD: Confinement und θ-Vakua. Es gibt auch eine Variante mit massiven Fermionen.

Die erste korrekte Behandlung stammt von Lowenstein und Swieca [LS71]. Eine gute Aufbereitung als Grundlage für den Vortrag findet sich in Abdalla et al [AAR91, §10.2] sowie in Grosse [Gro88].

Literatur

[Sch62] J. S. Schwinger, “Gauge invariance and mass. 2.,” Phys. Rev. **128** (1962) 2425–2429, 10.1103/PhysRev.128.2425

[LS71] J. H. Lowenstein and J. A. Swieca, “Quantum electrodynamics in two-dimensions,” Annals Phys. **68** (1971) 172–195, doi:10.1016/0003-4916(71)90246-6

[Gro88] H. Grosse, *Models in statistical physics and quantum field theory*, Springer-Verlag (1988), 151 pp.

4 Minimale Modelle der Konformen Feldtheorie

4.1 Virasoro-Algebra (1 Vortrag)

Konforme Transformationen sind solche, die Winkel erhalten. Neben Translation und Rotation gilt das (in jeder Dimension) auch für die Dilatation $x \mapsto \lambda x$ und die Inversion am Kreis. In zwei Dimensionen ist die konforme Gruppe noch reichhaltiger, was letztlich an der Äquivalenz $\mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$ liegt. Jede holomorphe Abbildung $z \mapsto f(z)$ ist lokal konform. Die Erzeuger $L_n = -z^{n+1}\partial_z$ der infinitesimalen Transformationen ($n \in \mathbb{Z}$) erfüllen die Kommutatorrelationen der Witt-Algebra $[L_m, L_n] = (m-n)L_{m+n}$.

Man fordert für die Wightman- und Schwinger-Funktionen nicht nur Poincaré- bzw. Euklidische Invarianz, sondern konforme Invarianz. Dadurch sind die

Funktionen stark eingeschränkt; für die 2-Punktfunktion folgt z.B. für rein holomorphe Felder $\mathcal{S}_2(z_1, z_2) = \frac{C}{|z_1 - z_2|^{2h}}$. Aus den zugehörigen Feldoperatoren läßt sich ein Energie-Impuls-Tensor $T(z)$ konstruieren. Dieser ist ein Operator mit Entwicklung $T(z) = \sum_n z^n L_n$ nach Basisoperatoren L_n. Naiv erfüllen diese die Witt-Algebra. Wegen der notwendigen *Normalordnung* zur Beseitigung trivialer Divergenzen kommt jedoch ein Zusatzterm ins Spiel, die zentrale Ladung c:

$$[L_m, L_n] = (m - n)L_{m+n} + \frac{c}{12}\delta_{m,-n} m(m^2 - 1) \ . \tag{4.1}$$

Diese Relationen definieren die Virasoro-Algebra.

Eine gute Quelle ist [Sch08, §9] für die Feldtheorie. Die konforme Gruppe und die Virasoro-Algebra ist in [Sch08, §5] oder [DMS97] dargestellt.

Literatur

[Sch08] M. Schottenloher, *A mathematical introduction to conformal field theory*, Lect. Notes Phys. **759** (2008), 237 pp.

[DMS97] P. Di Francesco, P. Mathieu and D. Senechal, *Conformal Field Theory*, Springer-Verlag (1997), 890pp.

4.2 Minimale Modelle (1 Vortrag)

Man führt ein Fockraum-Vakuum Ω ein, welches $L_n\Omega = 0$ für alle $n > 0$ erfüllt. Man betrachtet den Vektor $\Psi_h := \Phi\Omega$. Ist $\langle \Omega, \Phi(z_1)\Phi(z_2)\Omega \rangle = \frac{C}{|z_1 - z_2|^{2h}}$, so folgt $L_0\Psi_h = h\Psi_h$. Ausgehend von Ψ_h wird die Familie der Vektoren $L_{n_1} \cdots L_{n_k}\Psi_h$ betrachtet, mit $n_j < 0$. Die Forderung, daß diese eine Norm ≥ 0 haben, führt zu einer Quantisierung von h und c:

$$c = 1 - \frac{6}{m(m+1)} \ , \qquad h = \frac{((m+1)r - ms)^2 - 1}{4m(m+1)} \tag{4.2}$$

mit $1 \leq r \leq m$ und $1 \leq s \leq r$. Die Lösungsfamilien konnten mit bekannten Modellen der Statistischen Physik identifiziert werden oder defininieren neue minimale Modelle. Beispielsweise ist $m = 3$, also $c = \frac{1}{2}$, das Ising-Modell, und die möglichen Skalendimensionen $h = \frac{1}{2}$ und $h = \frac{1}{16}$ hängen mit den kritischen Exponenten η, ν zusammen.

Als Literaturgrundlage dienen [DMS97, §7] und [Sch08, §6]. Auch [Gin91] und die Originalarbeiten [BPZ84, FQS84] können berücksichtigt werden. Eine tiefere mathematische Behandlung findet sich in [KR87].

Literatur

[Gin91] P. H. Ginsparg, "Applied conformal field theory," hep-th/9108028.

[BPZ84] A. A. Belavin, A. M. Polyakov and A. B. Zamolodchikov, “Infinite conformal symmetry in two-dimensional quantum field theory,” Nucl. Phys. B **241** (1984) 333–380, doi:10.1016/0550-3213(84)90052-X.

[FQS84] D. Friedan, Z. a. Qiu and S. H. Shenker, “Conformal invariance, unitarity and two-dimensional critical exponents,” Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 1575–1578 doi:10.1103/PhysRevLett.52.1575

[KR87] V. G. Kac and A. K. Raina, “Bombay lectures on highest weight representations of infinite dimensionsal Lie algebras,” Adv. Ser. Math. Phys. **2** (1987) 1–145.

5 Gross-Neveu-Modell

5.1 Konstruktive Renormierung (1 Vortrag)

Die konstruktive Renormierung [Riv91] versucht der Störungsreihe (Feynman-Graphen) einen Sinn zu geben. Dabei sind zwei Schwierigkeiten zu überwinden: 1) es gibt auch nach (oder besser wegen) Renormierung Feynman-Graphen mit beliebig großen Amplituden, und 2) es gibt zu viele Feynman-Graphen. Das erste Problem entsteht durch sogenannte Renormalons. Die Ursache liegt in der hier ungünstigen Subtraktion an einer einzigen Skala.

Die Störungsreihe divergiert. Man kann jedoch hoffen, daß ein allgemeineres Summationsverfahren wie die Borel-Resummierung dennoch einen wohldefinierten Wert liefert. Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit $|a_n| \leq C \cdot n!$ sind Borel-summierbar. Unter gewissen Analytizitätseigenschaften definieren sie eine eindeutige Funktion $f(x)$, die asymptotisch zur ursprünglichen Reihe ist (Nevanlinna-Sokal-Theorem). Die Zahl der Bäume mit n Vertices wächst nach der Formel von Cayley wie $n!$, während die Zahl aller Graphen mit n Vertices viel zu groß ist. Die konstruktive Renormierung versucht deshalb, die Störungsreihe in eine Entwicklung nach Bäumen umzuorganisieren.

Ein eleganter Lösungsansatz für beide Probleme ist die parametrische Darstellung der Feynman-Graphen. Der Schwinger-Trick $\frac{1}{k^2+m^2} = \int_0^\infty d\alpha\; e^{-\alpha(k^2+m^2)}$ zusammen mit der Impulserhaltung $\delta(k) = \frac{1}{(2\pi)^D} \int_{\mathbb{R}^D} dy\; e^{\mathrm{i}ky}$ an den Vertices erlaubt die Gaußsche Ausintegration von der inneren Impulse k und Hilfsvariablen y in Integrale über die Schwinger-Parameter. Die Amplitude eines Feynman-Graphen G mit äußeren Impulsen p_e und L inneren Linien läßt sich dann schreiben als [Nak71]

$$\mathcal{A}_G(\{p_e\}) = \delta(\sum_e p_e) \int_{(\mathbb{R}_+)^E} d(\alpha_1, \dots, \alpha_L)\; \frac{e^{-m^2(\alpha_1+\dots+\alpha_L) - \frac{V_G(\alpha_\ell, p_e)}{U_G(\alpha_\ell)}}}{(U_G(\alpha_\ell))^{\frac{D}{2}}}\;. \tag{5.1}$$

Die dabei auftretenden Polynome U und V (letztere hängen von den äußeren Impulsen p_e ab) heißen Symanzik-Polynome.

Die Zerlegung der Schwinger-Integrale $\int_0^\infty d\alpha = \int_1^\infty d\alpha + \sum_{i=1}^\infty \int_{M^{-2i}}^{M^{-2(i-1)}} d\alpha$ führt auf eine Ordnung mit Baumstruktur in den Graphen [Riv91]. Weitere Schritte erforderten ursprünglich Cluster-Entwicklung und Mayer-Entwicklung. In fermionischen Modellen gelang dieser Schritt direkt unter Ausnutzung des Pauli-Prinzips. In den letzten Jahren wurden für die ϕ^4-Wechselwirkung Methoden entwickelt [MR08, RW14], die direkt eine Entwicklung nach Bäumen liefern. Eine wichtige Rolle spielt dabei die BKAR-Waldformel [AR95].

Literatur

[Riv91] V. Rivasseau, *From perturbative to constructive renormalization*, Princeton Univ. Pr. (1991), 336 pp.

[Nak71] N. Nakanishi, *Graph theory and Feynman integrals*, Gordon and Breach (1971), 223 pp.

[MR08] J. Magnen and V. Rivasseau, "Constructive ϕ^4 field theory without tears," Annales Henri Poincare **9** (2008) 403–424 [arXiv:0706.2457 [math-ph]], doi:10.1007/s00023-008-0360-1

[RW14] V. Rivasseau and Z. Wang, "How to resum Feynman graphs," Annales Henri Poincare **15** (2014) 11, 2069 [arXiv:1304.5913 [math-ph]].

[AR95] A. Abdesselam and V. Rivasseau, "Trees, forests and jungles: A botanical garden for cluster expansions," Lect. Notes Phys. **446** (1995) 7 [hep-th/9409094], doi:10.1007/3-540-59190-7_20.

5.2 Gross-Neveu-Modell (1 Vortrag)

Das Gross-Neveu-Modell [GN74] ist die Verallgemeinerung des Thirring-Modells auf N-komponentige Fermionen ψ_a:

$$S = \int_{\mathbb{R}^2} dx \Big(\sum_{a=1}^N \mathrm{i}\bar{\psi}_a(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_a(x) + \frac{g^2}{2N}\Big(\sum_{a=1}^N \bar{\psi}_a(x)\psi_a(x)\Big)^2\Big)\;. \tag{5.2}$$

Wegen der Fierz-Identitäten unterscheidet sich der quartische Wechselwirkungsterm für $N = 1$ nicht von der Strom-Strom-Wechselwirkung im Thirring-Modell. Bereits in [GN74] wurde die asymptotischen Freiheit des Modells (störungstheoretisch) gezeigt. Außerdem wurde der Limes $N \to \infty$ betrachtet und gefolgert, daß $\Big(\sum_{a=1}^N \bar{\psi}_a(x)\psi_a(x)\Big)$ einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert hat, d.h. es kommt zu einer dynamischen Masseerzeugung ähnlich wie in der QCD.

Das Modell mit explizitem Masseterm in der Wirkung wurde in [FMRS86] konstruiert (eine alternative Konstruktion findet sich in [GK95]). Asymptotische Freiheit und Pauli-Prinzip erlauben die Aufsummation der unrenormierten Störungsreihe bei endlichem Volumen und endlichem Impuls-Cutoff. Die

Limesbildung ist möglich, aber kompliziert (hier kommen Cluster- und Mayer-Entwicklung ins Spiel). Man verliert Summierbarkeit, aber Borel-Summierbarkeit bleibt bestehen. Später in [DR00] konnten die Schritte stark vereinfacht werden, so daß man ohne die Cluster-Entwicklung auskommt und auch auf Diskretisierungen verzichten kann.

Literatur

[GN74] D. J. Gross and A. Neveu, "Dynamical symmetry breaking in asymptotically free field theories," Phys. Rev. D **10** (1974) 3235, doi:10.1103/PhysRevD.10.3235

[FMRS86] J. Feldman, J. Magnen, V. Rivasseau and R. Seneor, "A renormalizable field theory: The massive Gross-Neveu model in two-dimensions," Commun. Math. Phys. **103** (1986) 67–103 doi:10.1007/BF01464282

[GK95] K. Gawedzki and A. Kupiainen, "Exact renormalization for the Gross-Neveu model of quantum fields," Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 2191–2194, doi:10.1103/PhysRevLett.54.2191

[DR00] M. Disertori and V. Rivasseau, "Continuous constructive fermionic renormalization," Annales Henri Poincare **1** (2000) 1–57 [hep-th/9802145], doi:10.1007/PL00000998

6 Methoden in der Konstruktion des $P(\phi)_2$-Modells

Die Konstruktion bosonischer *nichtlösbarer* Modelle erweist sich als wesentlich schwieriger. Man benötigt ein umfangreiches Arsenal an Methoden aus Stochastik, Funktionalanalysis und Analysis. Wesentliche Aspekte dieses Programms sind in den Büchern [GJ87, Sim74] beschrieben. Wir können in den verbleibenden Vorträgen bestenfalls Teilaspekte behandeln. Mögliche Themen sind:

- Feynman-Kac Formel
- Minlos-Theorem
- Korrelationsungleichungen
- Regularisierungen in endlichem Volumen und auf dem Gitter
- Polymerdarstellung
- Diskussion von Randbedingungen
- Limesbildung

Diese Methoden spielen auch eine große Rolle im Trivialitätsbeweis [Frö82] des $\phi^4_{4+\epsilon}$-Modells.

Literatur

[GJ87] J. Glimm and A. M. Jaffe, *Quantum physics. A functional integral point of view*, Springer-Verlag (1987), 535pp.

[Sim74] B. Simon, *The $P(\phi)_2$ Euclidean (quantum) field theory*, Princeton Univ. Pr. (1974), 392 pp.

[Frö82] J. Frohlich, "On the triviality of $\lambda\phi_d^4$ theories and the approach to the critical point in $d > 4$ dimensions," Nucl. Phys. B **200** (1982) 281–296, doi:10.1016/0550-3213(82)90088-8