Algebra
WS 02/03

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

Anwesenheitsaufgaben

1. Welche Körper machen bei „$\star$“ Sinn, und was sind dann die Galois-Gruppen?

   (a) $\mathrm{Gal}(\star/\mathbb{R})$

   (b) $\mathrm{Gal}(\mathbb{F}_{64}/\star)$

2. Welche der folgenden Polynome sind symmetrische Funktionen in x_1, x_2 und x_3? Stellen Sie die ersten drei symmetrischen durch elementar-symmetrische Funktionen dar.

   (a) $x_1 + x_2 + x_3 + 1$

   (b) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

   (c) $x_1^2 + (x_2 + x_3)(x_3 + x_2) + x_1^2$

   (d) $x_1^3 x_2^3 x_3^3 + x_1^2 x_2^2 x_3^2$

   (e) $(x_1 + x_2)(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)$

   (f) $(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)$

   (g) $x_1 + x_2$

   (h) 3

   (i) $(x_1 - x_2)^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$

3. Sei L über K irgend eine Galois-Erweiterung vom Grad 6. Mit dem Hauptsatz der Galois-Theorie kann man einiges über Zwischenkörper aussagen, wenn man weiß, welche 6-elementigen Gruppen es gibt. (Das sei hier verraten: Es gibt nur die zyklische Gruppe C_6 und die symmetrische Gruppe S_3.)

   Wie viele Zwischenkörper kann es geben? Welchen Grad haben sie, welche Zwischenkörper sind in welchen anderen enthalten und welche sind normal über K?

4. Die folgenden Bilder stellen eine Körpererweiterung dar, mit allen zugehörigen Zwischenkörpern. Geben Sie eine mögliche Galois-Gruppe an.