Algebra
WS 02/03

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

Anwesenheitsaufgaben

1. Betrachten Sie in S_5 die folgenden Kommutatoren:
   (a) $[(1,2),(1,3)]$.
   (b) $[(1,2,3),(1,2,4)]$.
   (c) $[(1,2,4),(1,3,5)]$.

2. Untersuchen Sie die folgenden Gruppen-Operationen von G auf X: Welche Bahnen gibt es? Was sind die Stabilisatoren der Elemente? Ist die Operation transitiv? Gibt es Fixpunkte?
   (a) $G := \mathbb{C}^*$, $X := \mathbb{C}$, $T_g(z) := gz$
   (b) $G := S_3$, $X := \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $T_\sigma(a_1, a_2, a_3) := (a_{\sigma(1)}, a_{\sigma(2)}, a_{\sigma(3)})$.
   (c) $G := X := S_3$, $T_g(x) := gxg^{-1}$.

3. Für $1 \leq i, j \leq 5, i \neq j$ sei $U_{i,j} \in \mathrm{GL}(5, \mathbb{R})$ die Matrix, die auf der Diagonalen Einsen hat, an der Stelle i, j auch, und sonst überall Nullen.
   (a) Berechnen Sie $[U_{1,2}, U_{2,4}]$.
   (b) Berechnen Sie $[U_{1,3}, U_{2,5}]$.
   (c) Für welche i, j, k, l mit $i < j$ und $k < l$ ist $[U_{i,j}, U_{k,l}]$ die Einheitsmatrix?

   Hinweis: U_{ij}^{-1} sieht genauso aus wie U_{ij}, außer dass an Stelle i, j eine -1 steht statt eine 1.

4. (a) Wie kann C_2 auf einer drei-elementigen Menge operieren?
   (b) Wie kann C_3 auf einer zwei-elementigen Menge operieren?
   (c) Wie kann C_2 auf einer vier-elementigen Menge operieren?
   (d) Wie kann C_6 auf einer sechs-elementigen Menge operieren?