Algebra
WS 02/03

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

Anwesenheitsaufgaben

1. Welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}[X]$ erzeugen das gleiche Ideal?

   (a) $\{1\}$
   (b) $\{\frac{4}{3}\}$
   (c) $\{X\}$
   (d) $\{X+1\}$
   (e) $\{X+2\}$
   (f) $\{X+3, X+4\}$
   (g) $\{X^2\}$
   (h) $\{X^2, X^3\}$
   (i) $\{X^2, X^3+1\}$
   (j) $\{2X^4+2X^3, X^3+X^2+4X+4\}$

2. Sei R ein Ring und $M \subset R$ eine Teilmenge. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

   (a) Ist M ein Ideal in R, so ist M auch ein Unterring.
   (b) Ist M ein Unterring von R, so ist M auch ein Ideal.
   (c) Ist M gleichzeitig Unterring und Ideal, so ist entweder $M = \{0\}$ oder $M = R$.

3. (a) Was ist die Einheitengruppe von $\mathbb{Z}[X]$? (Hinweis: Es gab da einen Satz in der Vorlesung...)
   (b) Was ist die Einheitengruppe von $R := \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$? Ist R ein Integritätsbereich?
   (c) Finden Sie ein Element der Einheitengruppe von $R[X]$, dass nicht in R liegt. (Tipp: $(X+a)(X-a) = X^2 - a^2$.)
   (d) Ist $R[X]$ ein Integritätsbereich?