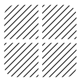
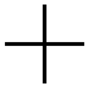
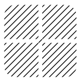
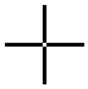
Dr. Urs Hartl
Immanuel Halupczok

Anwesenheitsaufgaben

1. Welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{A}^2$ sind Varietäten?

	$\mathbb{A}^2 \setminus V(Y)$		$V(Y)$
	$\mathbb{A}^2 \setminus V(XY)$		$V(XY)$
	$(\mathbb{A}^2 \setminus V(Y)) \cup \{0,0\}$		$V(Y) \setminus \{0,0\}$
	$(\mathbb{A}^2 \setminus V(XY)) \cup \{0,0\}$		$V(XY) \setminus \{0,0\}$
	$\mathbb{A}^2 \setminus \{0,0\}$		$\{0,0\}$

2. Betrachten Sie den folgenden Ring-Homomorphismus:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}\colon k[X,Y,Z] &\to k[S,T], \\ X &\mapsto S^2, \\ Y &\mapsto T^2 - 1, \\ Z &\mapsto S - T + 1. \end{aligned}$$

(a) Was ist das Bild $\tilde{\phi}(X^2 - 2)$?

(b) Wie sieht die zugehörige Abbildung ϕ von affinen Varietäten aus? (Von wo nach wo geht ϕ? Wohin werden die Punkte abgebildet?)

(c) Sei $V := V(S - T)$ eine Untervarietät im Urbildbereich von ϕ. Was ist das Bild von V unter ϕ?

(d) Sei $V' := V(X + Y)$ eine Untervarietät im Bildbereich von ϕ. Was ist das Urbild von V' unter ϕ?

(e) Wie sehen die Koordinatenringe von V und $\phi(V)$ aus? Wie sieht die zu $\phi\restriction_V$ gehörige Abbildung zwischen diesen Ringen aus?