Algebraische Geometrie
SoSe 2003

Dr. Urs Hartl
Immanuel Halupczok

Anwesenheitsaufgaben

1. (Siehe [Fu], Kap. 6.3, Prop. 5.) Sei $V := \mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$.

   (a) Wie sieht der Koordinatenring $\Gamma(V) \subset k(V)$ aus? Geben Sie Erzeuger von $\Gamma(V)$ an.

   (b) Zeigen Sie, dass V eine affine Varietät ist, indem Sie eine abgeschlossene Untervarietät von $\mathbb{A}^2$ angeben, die zu V isomorph ist. Wie sieht der Isomorphismus aus? Zeichnen Sie eine Skizze.

2. Überlegen Sie sich, dass die folgenden Varietäten birational äquivalent sind.

   (a) $V_1 = \mathbb{A}^1$

   (b) $V_2 = \mathbb{P}^1$

   (c) $V_3 = V(X^2 - Y) \subset \mathbb{A}^2$

   (d) $V_4 = \mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$

   (e) $V_5 = V(XY - 1) \subset \mathbb{A}^2$

   (f) $V_6 = V(Y^2 - X^2(X + 1)) \subset \mathbb{A}^2$
   Erinnerung: In Blatt 4, Aufgabe 3 hatten Sie (u. a.) gezeigt, dass es einen Isomorphismus gibt zwischen $\Gamma(V_6 \setminus \{(0,0)\})$ und $\Gamma(U)$ für eine offene Teilmenge $U \subset \mathbb{A}^1$.

   (g) $V_7 = V(Y^2Z - X^2(X + Z)) \subset \mathbb{P}^2$