Algebraische Geometrie
SoSe 2003

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

Anwesenheitsaufgaben

1. Seien $F := X^2 + 3Y - 4$ und $G := XY + 3X - 4$ zwei Polynome aus $k[X, Y]$. Geben Sie eine Varietät $V \subset \mathbb{A}^2$ an, so dass F und G als Elemente von $\Gamma(V)$ aufgefasst gleich sind.

2. Gibt es auf kleineren Mengen mehr oder weniger Funktionen? Betrachten Sie die beiden folgenden Beispiele:
   (a) $\mathbb{A}^2$ und die abgeschlossene Teilmenge $V(Y)$.
   (b) $\mathbb{A}^1$ und die offene Teilmenge $\mathbb{A}^1 \smallsetminus \{0\}$.

3. (a) Geben Sie alle Morphismen von $\mathbb{A}^0$ nach $\mathbb{A}^1$ an.
   (b) Geben Sie alle k-Homomorphismen von $\Gamma(\mathbb{A}^1)$ nach $\Gamma(\mathbb{A}^0)$ an.
   (c) Welche Morphismen entsprechen sich?

4. Die folgenden Polynome aus $k[X, Y]$ definieren Kurven in $\mathbb{A}^2$. Geben Sie jeweils den Tangentialraum und die Tangenten am Punkt $(0, 0)$ an.
   (a) $X^2 + X + XY - 3Y^2 - 3Y$
   (b) $X^2 + X^3 + 2XY + Y^2$
   (c) $X^6 + X^5Y^3 + X^5Y - X^4Y^4 + Y^7$
   (d) $X^2 + 2X^3Y^3 - Y^2$
   (e) $X^{10} - Y^{11}$