Algebraische Geometrie
SoSe 2003

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

5. Übungsblatt

Abgabetermin: Mo, 2.6.03, 14:15 Uhr, vor Beginn der Vorlesung

1. Lesen Sie das Skript:
   bis Mittwoch: Kap. 2.9 und 3.2;
   bis Montag: Kap. 3.3.

2. Sei $V := V(Y^3 - Y^2 + X^3 - X^2 + 3XY^2 + 3X^2Y + 2XY) \subset \mathbb{A}^2$.

   (a) Bestimmen Sie den Tangentialraum und alle Tangenten bei $(0,0)$.

   (b) Hat V weitere Singularitäten?

   (c) Bestimmen Sie den Tangentialraum bei $(1,0)$.

   (5 Punkte)

3. Sei $I := (X^2 + Y^2 - Z^2) \subset k[X,Y,Z]$ und $J := (X^2Y^2 + 2X - 1) \subset k[X,Y]$, und sei

$$\begin{aligned} \phi\colon k[X,Y,Z] &\to k[X,Y], \\ X &\mapsto X, \\ Y &\mapsto XY, \\ Z &\mapsto 1 - X. \end{aligned}$$

   (a) Zeigen Sie, dass ϕ einen Morphismus $\bar{\phi}$ zwischen den Koordinatenringen der Varietäten $V(I)$ und $V(J)$ induziert.

   (b) Geben Sie den Morphismus $\psi\colon V(J) \to V(I)$ von Varietäten an, der von $\bar{\phi}$ induziert wird.

   (c) ψ lässt sich zu einem Morphismus $\mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^3$ ausdehnen, allerdings nicht auf eindeutige Art. Geben Sie zwei verschiedene Ausdehnungen von ψ an.

   (5 Punkte)