Algebraische Geometrie
SoSe 2003

Dr. Urs Hartl
Immanuel Herrmann

9. Übungsblatt

Abgabetermin: Mo, 7.7.03, 14:15 Uhr, vor Beginn der Vorlesung

1. Lesen Sie das Skript:
   bis Mittwoch: Kap. 5.6
   bis Freitag: Kap. 4.4, 6.1 und 6.2
   bis Montag: Kap. 6.3

2. ([Fu], 5-25.) Sei F eine projektive ebene Kurve vom Grad n ohne mehrfache Komponenten. Sei c die Anzahl der Komponenten von F. Zeigen Sie:

   $$\sum_P \frac{m_P(m_P-1)}{2} \leq \frac{(n-1)(n-2)}{2} + c - 1 \leq \frac{n(n-1)}{2}.$$

   Hinweis: Schreiben Sie $F = F_1 F_2$. Verwenden Sie den Satz von Bezout, um die Punkte in den Griff zu kriegen, die auf beiden Kurven liegen. *(5 Punkte)*

3. ([Fu], 5-30.) Sei F eine irreduzible projektive ebene Kurve, und sei $z \in \Gamma(F)$. (D. h. $z \in k(F)$ und z ist überall definiert.) Zeigen Sie, dass z konstant ist (d. h. $z \in k$).

   Hinweis: Schreiben Sie $z = \frac{\bar{H}}{\bar{G}}$. Daraus, dass z bei $P \in F$ definiert ist folgt die Noether-Bedingung bei P (bzgl. F, G und H). Wenden Sie Noethers Theorem an. (Achtung: Daraus, dass z überall definiert ist, folgt *nicht* sofort, dass es a, b gibt mit $z = \frac{a}{b}$ und b hat nirgends eine Nullstelle.) *(5 Punkte)*