

## Übungen zur Differentialgeometrie II

Prof. Simon  
Abgabe: Freitag, 09.01.2009

WS 2008/09  
Blatt 10

---

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass die Inversion bezüglich der Einheitssphäre um  $p_0 \in \mathbb{R}^n$ , definiert durch

$$f(p) = \frac{p - p_0}{|p - p_0|^2} + p_0 \quad \text{für } p \in \mathbb{R}^n \setminus \{p_0\}$$

eine konforme Abbildung ist.

**Aufgabe 2.** Zwei Riemannsche Metriken  $g, \bar{g}$  auf einer Mannigfaltigkeit  $M$  heißen *konform*, falls es eine positive Funktion  $\mu : M \rightarrow \mathbb{R}$  gibt, so daß  $\bar{g}(X, Y) = \mu g(X, Y)$  für alle Vektorfelder  $X, Y$  auf  $M$ . Seien  $\nabla, \bar{\nabla}$  die Levi-Civita-Zusammenhänge von  $g$  bzw.  $\bar{g}$ . Zeigen Sie

$$\bar{\nabla}_X Y = \nabla_X Y + S(X, Y)$$

wobei

$$S(X, Y) = \frac{1}{2\mu} \{ (X\mu)Y + (Y\mu)X - g(X, Y)\text{grad}\mu \}$$

und  $\text{grad}\mu$  bezüglich der Metrik  $g$  zu berechnen ist, also  $X(\mu) = g(X, \text{grad}\mu)$  für alle Vektorfelder  $X$  auf  $M$ .