Übungen zur Differentialgeometrie II

Prof. Simon | WS 2008/09
Abgabe: Freitag, 23.01.2009 | Blatt 12

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Die Gruppe

$$G := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc > 0 \right\}$$

operiert durch

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot z = \frac{az + b}{cz + d}$$

auf H^2. Dies zeigt, daß $\{f : H^2 \to H^2 \mid f(z) = \frac{az+b}{cz+d}, a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc > 0\}$ eine Gruppe ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie: Jede der Abbildungen aus Aufgabe 1 ist durch eine Verkettung der Abbildungen $z \mapsto -\frac{1}{z}, z \mapsto z + v, z \mapsto rz$ für gewisse $v, r \in \mathbb{R}$ gegeben. *Hinweis: Die Fälle $c = 0$ und $a = 0$ wurden bereits in der Vorlesung behandelt.*

Aufgabe 3. Zeigen Sie durch eine direkte Rechnung, daß die drei Abbildungen aus Aufgabe 2 Isometrien von $H^2 \subset \mathbb{C}$ sind.