

Übungen zur Differentialgeometrie II

Prof. Simon
Abgabe: Freitag, 30.01.2009

WS 2008/09
Blatt 13

Aufgabe 1. Sei $\gamma : [0, a] \rightarrow M$ eine Geodätische mit $\|\dot{\gamma}\| = 1$, so daß $\gamma([0, a]) \cap \text{Cut}(\gamma(0)) = \emptyset$. Es seien V, W Vektorfelder längs γ mit $V(0) = W(0)$ und $V(a) = W(a)$. Zusätzlich sei V ein Jacobi-Feld. Zeigen Sie: Es gilt $I_\gamma(V, V) \leq I_\gamma(W, W)$.

Aufgabe 2. Es seien $c_1, c_2 : [0, a] \rightarrow M$ zwei Geodätische in der Mannigfaltigkeit $M = S^2$ oder $M = H^2$ mit $\|\dot{c}_1\| = \|\dot{c}_2\|$ und $c_1(0) = c_2(0)$. Berechnen Sie $f(t) := d(c_1(t), c_2(t))$ in einer Umgebung von $c_1(0)$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie: Die in der Vorlesung in Theorem 8.10 definierte Funktion d_α ist C^∞ als Funktion von $\alpha \in (0, \pi)$.